



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Κανονική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 2 Φεβρουαρίου 2005

Διδάσκοντες: Α. Απέκης, Ρ. Βλαστού, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Θέμα 1. Οι συντεταγμένες μιας σημειακής μάζας $m = 1 \text{ kg}$ είναι:

$$x(t) = 3 \sin 2t, \quad y(t) = 4 \sin 2t, \quad z(t) = 5 \cos 2t \quad (\text{σε m όταν ο χρόνος } t \text{ είναι σε s}).$$

- Να βρεθούν τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος και της δύναμης που ασκείται πάνω στο σώμα.
- Να αποδειχθεί ότι το διάνυσμα θέσης είναι κάθετο στο διάνυσμα της ταχύτητας και συγγραμμικό με το διάνυσμα της δύναμης.
- Να αποδειχθεί ότι η δύναμη είναι διατηρητική.
- Να βρεθεί το διάνυσμα της στροφορμής του σώματος ως προς το σημείο $(0, 0, 0)$ και να αποδειχθεί ότι η τροχιά που διαγράφει το σώμα είναι επίπεδη.
- Να βρεθεί η ισχύς που παράγεται από τη δύναμη που ασκείται πάνω στο σώμα.

Θέμα 2. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ μπορεί να κινείται κατά μήκος του άξονα των x . Η δυναμική του ενέργεια δίνεται (σε μονάδες S.I.) από τις σχέσεις:

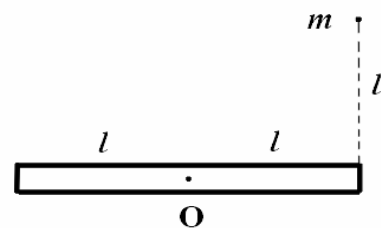
$$U(x) = x^2(1 - x^2) \quad \text{για } -1 \leq x \leq 1, \quad \text{και } U(x) = 0 \quad \text{για } x < -1 \text{ και για } x > 1$$

- Σχεδιάστε πρόχειρα τη συνάρτηση $U(x)$.
- Βρείτε τη δύναμη $F(x)$ που ασκείται πάνω στο σώμα; Πού βρίσκονται τα σημεία ισορροπίας του σώματος και τι είδους ισορροπία έχουμε στο καθένα από αυτά;
- Πόση κινητική ενέργεια πρέπει να δοθεί στο σώμα στο σημείο $x = -1/2 \text{ m}$ για να μπορέσει να διαφύγει στο άπειρο;
- Γράψετε την εξίσωση κίνησης του σώματος και δείξτε ότι, αν το σώμα μετατοπιστεί κατά μια πολύ μικρή απόσταση από το σημείο $x = 0$ και αφηθεί ελεύθερο με μηδενική ταχύτητα, θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και βρείτε την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.

Θέμα 3. Μια ομογενής λεπτή ράβδος έχει μήκος 2ℓ και μάζα M . Η ράβδος μπορεί να περιστραφεί γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της, O , και είναι κάθετος σε αυτήν. Η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από αυτόν τον άξονα είναι $I_0 = \frac{1}{3}M\ell^2$. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη και οριζόντια.

Μια σημειακή μάζα $m = M/3$ βρίσκεται αρχικά ακίνητη πάνω από το ένα άκρο της ράβδου, και σε ύψος ℓ πάνω από αυτό. Η μάζα αφήνεται ελεύθερη, με μηδενική αρχική ταχύτητα, να πέσει και να συγκρουστεί με το άκρο της ράβδου, στο οποίο και σφηνώνεται. Δείξτε ότι:

- Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μετά από την κρούση είναι $\omega_0 = \sqrt{g/2\ell}$.



⇒⇒⇒

- (β) Κατά την κρούση, η μισή κινητική ενέργεια της m μετατρέπεται σε θερμότητα.
 (γ) Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος της ράβδου και της σημειακής μάζας στην κίνηση που θα επακολουθήσει είναι $\omega_{\max} = \sqrt{3} \omega_0$.

Θέμα 4 (Σχετικότητα). Σωματίδιο μάζας ηρεμίας M , που βρίσκεται ακίνητο στο σύστημα του εργαστηρίου, διασπάται σε δύο σωματίδια με μάζες ηρεμίας m_1 και m_2 . Η μάζα m_2 κινείται με ταχύτητα $v_2 = \frac{4}{5}c$ προς τα θετικά x , ενώ η ταχύτητα της μάζας m_1 έχει μέτρο $\frac{3}{5}c$.

- (α) Να βρεθούν οι μάζες m_1 και m_2 συναρτήσει της M .
 (β) Να βρεθούν οι κινητικές ενέργειες των δύο σωματιδίων.
 (γ) Ποια είναι η ταχύτητα της μάζας m_1 όπως μετράται στο σύστημα ηρεμίας της μάζας m_2 ;

Γενικό Τυπολόγιο

$$\vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \quad ((n!)!)! = [(n!)! - 1]! (n!)!$$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V \hat{x}$ ως προς ένα σύστημα αναφοράς S , και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$, τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma \left(t - \frac{V}{c^2} x \right) \quad \beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0 / \gamma \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma \left(1 - \frac{v_x V}{c^2} \right)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma \left(1 - \frac{v_x V}{c^2} \right)}.$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \quad m = m(v) = \gamma m_0 \quad p = \gamma m_0 v \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{\beta E}{c} \right) \quad p'_y = p_y \quad p'_z = p_z \quad E' = \gamma (E - c\beta p_x)$$

Για φωτόνια: $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad E = pc$